

"Вычисление функций с использованием их разложения в степенной ряд"

Цель: Практика в организации итерационных и арифметических циклов, использование функций.

Постановка задачи

Для x изменяющегося от a до b с шагом $(b-a)/k$, где $(k=10)$, вычислить функцию $f(x)$, используя ее разложение в степенной ряд в трех случаях:

- а) для заданного n ;
- б) для заданной точности ϵ ($\epsilon=0.0001$);
- с) для «точного» значения (по аналитической формуле).

Для сравнения найти относительную погрешность вычисления функции значение функции

$$o_погр = ABS((точ_знач - приближ_знач) / точ_знач)$$

Варианты

№	функция	диапазон изменения аргумента	n	сумма
1	$y = 3^x$	$0,1 \leq x \leq 1$	10	$S = 1 + \frac{\ln 3}{1!} x + \frac{\ln^2 3}{2!} x^2 + \dots + \frac{\ln^n 3}{n!} x^n$
2	$y = -\ln \left 2 \sin \frac{x}{2} \right $	$\frac{\pi}{5} \leq x \leq \frac{9\pi}{5}$	40	$S = \cos x + \frac{\cos 2x}{2} + \dots + \frac{\cos nx}{n}$
3	$y = \sin X$	$0,1 \leq x \leq 1$	10	$S = x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
4	$y = X \arctg X - \ln \sqrt{1+x^2}$	$0,1 \leq x \leq 0,8$	10	$S = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n}}{2n(2n-1)}$
5	$y = e^x$	$1 \leq x \leq 2$	15	$S = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}$

6	$y = e^{x \cos \frac{\pi}{4}} \cdot \cos(x \sin \frac{\pi}{4})$	$0,1 \leq x \leq 1$	25	$S = 1 + \frac{\cos \frac{\pi}{4}}{1!} x + \dots + \frac{\cos n \frac{\pi}{4}}{n!} x^n$
7	$y = \cos x$	$0,1 \leq x \leq 1$	10	$S = 1 - \frac{x^2}{2!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
8	$y = \frac{x \sin \frac{\pi}{4}}{1 - 2x \cos \frac{\pi}{4} + x^2}$	$0,1 \leq x \leq 0,8$	40	$S = x \sin \frac{\pi}{4} + x^2 \sin 2 \frac{\pi}{4} + \dots + x^n \sin n \frac{\pi}{4}$
9	$y = \frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} X$	$0,1 \leq x \leq 0,8$	3	$S = x + \frac{x^5}{5} + \dots + \frac{x^{4n+1}}{4n+1}$
10	$y = e^{\cos x} \cos(\sin x)$	$0,1 \leq x \leq 1$	20	$S = 1 + \frac{\cos x}{1!} + \dots + \frac{\cos nx}{n!}$
11	$y = (1 + 2x^2)e^{x^2}$	$0,1 \leq x \leq 1$	10	$S = 1 + 3x^2 + \dots + \frac{2n+1}{n!} x^{2n}$
12	$y = -\frac{1}{2} \ln(1 - 2x \cos \frac{\pi}{3} + x^2)$	$0,1 \leq x \leq 0,8$	35	$S = \frac{x \cos \frac{\pi}{3}}{1} + \frac{x^2 \cos 2 \frac{\pi}{3}}{2} + \dots + \frac{x^n \cos n \frac{\pi}{3}}{n}$
13	$y = \frac{1}{2} \ln x$	$0,2 \leq x \leq 1$	10	$S = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^3 + \dots + \frac{1}{2n+1} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2n+1}$
14	$y = \frac{1}{4} \left(x^2 - \frac{\pi^2}{3}\right)$	$\frac{\pi}{5} \leq x \leq \pi$	20	$S = -\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \dots + (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$
15	$y = \frac{1+x^2}{2} \operatorname{arctg} X - \frac{x}{2}$	$0,1 \leq x \leq 1$	30	$S = \frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{15} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2 - 1}$
16	$y = \frac{\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4} x $	$\frac{\pi}{5} \leq x \leq \pi$	40	$S = \cos x + \frac{\cos 3x}{3^2} + \dots + \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$
17	$y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$	$0,1 \leq x \leq 1$	10	$S = 1 + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!}$
18	$y = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \sin x $	$0,1 \leq x \leq 0,8$	50	$S = \frac{\cos 2x}{3} + \frac{\cos 4x}{15} + \dots + \frac{\cos 2nx}{4n^2 - 1}$
19	$y = e^{2x}$	$0,1 \leq x \leq 1$	20	$S = 1 + \frac{2x}{1!} + \dots + \frac{(2x)^n}{n!}$
20	$y = \left(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1\right)e^{x/2}$	$0,1 \leq x \leq 1$	30	$S = 1 + 2 \frac{x}{2} + \dots + \frac{n^2 + 1}{n!} \left(\frac{x}{2}\right)^n$

21	$y = \arctg X$	$0,1 \leq x \leq 1$	40	$S = x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$
22	$y = (1 - \frac{x^2}{2}) \cos x - \frac{x}{2} \sin x$	$0,1 \leq x \leq 1$	35	$S = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \dots + (-1)^n \frac{2n^2 + 1}{(2n)!} x^{2n}$
23	$y = 2(\cos^2 x - 1)$	$0,1 \leq x \leq 1$	15	$S = -\frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^4}{24} + \dots + (-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$
24	$y = \ln(\frac{1}{2+2x+x^2})$	$-2 \leq x \leq -0,1$	40	$S = -(1+x)^2 + \frac{(1+x)^4}{2} + \dots + (-1)^n \frac{(1+x)^{2n}}{n}$
25	$y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$	$0,1 \leq x \leq 1$	20	$S = x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

Методические указания

1. Алгоритм решения задачи сводится к циклу по переменной x . В теле цикла вызываются три функции – две пользовательские и комбинация библиотечных (результат их работы считается условно точным значением). Необходимо спроектировать и реализовать пользовательские функции расчета $F(x) = S$ по двум указанным выше алгоритмам.

2. Результаты расчетов отпечатать в следующем виде:

Вычисление функции

X=..... Y=..... SN=..... SE=..... о_погрSN о_погрSE

X=..... Y=..... SN=..... SE=..... о_погрSN о_погрSE

.....

X=..... Y=..... SN=..... SE=..... о_погрSN о_погрSE

Здесь X- значение параметра; SN- значение суммы для заданного n ; SE- значение суммы для заданной точности; Y-точное значение функции; о_погрSN, о_погрSE – относительные погрешности приближенных вычислений.

Содержание отчета

1. Постановка задачи.
2. Вариант задания.
3. Математическая модель (формулы, по которым выполняются вычисления слагаемых ряда).
4. Программа.
5. Полученные результаты.