

1. ПОНЯТТЯ, КЛАСИФІКАЦІЯ ТА ОСНОВНІ ПОКАЗНИКИ ЧАСОВИХ РЯДІВ. ТИПОВІ ЗАВДАННЯ, ЕТАПИ ТА МЕТОДИ ЇХ АНАЛІЗУ

Часовим рядом називають послідовність значень статистичного показника (ознаки), впорядковану у хронологічному порядку. Застосовують також терміни "**ряд динаміки**", "**динамічний ряд**". В англomовній літературі використовують термін "**time series**".

Окремі спостереження часового ряду називають його **рівнями**, або **елементами**. Кожний рівень ряду відповідає певному моменту часу. Рівні ряду можуть набувати як детермінованих, так і випадкових значень. Порядок розташування рівнів є істотною характеристикою ряду і не може змінюватися довільно. Іноді кожному моменту часу приводять у відповідність декілька значень різних показників досліджуваного об'єкта. Тоді отримують **багатовимірний часовий ряд**.

На рис. 1.1–1.8 наведено деякі приклади часових рядів.

Основними **завданнями** дослідження часових рядів є:

- виокремлення та опис основних характерних особливостей ряду;
- підбір статистичної моделі, що найкращим у певному розумінні способом, відображає ряд;
- прогнозування майбутніх значень показників, що утворюють ряд, за попередніми спостереженнями;
- підготовка рекомендацій з управління процесом, що породжує досліджуваний часовий ряд.

Аналіз часових рядів, як правило, передбачає проведення таких основних етапів:

- графічне подання й попередній аналіз поведінки часового ряду;
- виокремлення і видалення закономірних складових ряду (тренду, сезонних та циклічних компонент);
- виокремлення і видалення низько- та високочастотних складових (фільтрація);
- дослідження випадкової складової часового ряду, що залишилася після видалення вищезазначених компонент;
- побудова і перевірка адекватності моделі випадкової складової;
- побудова загальної моделі досліджуваного ряду;
- дослідження отриманої моделі і прогнозування майбутньої поведінки об'єкта що вивчається;

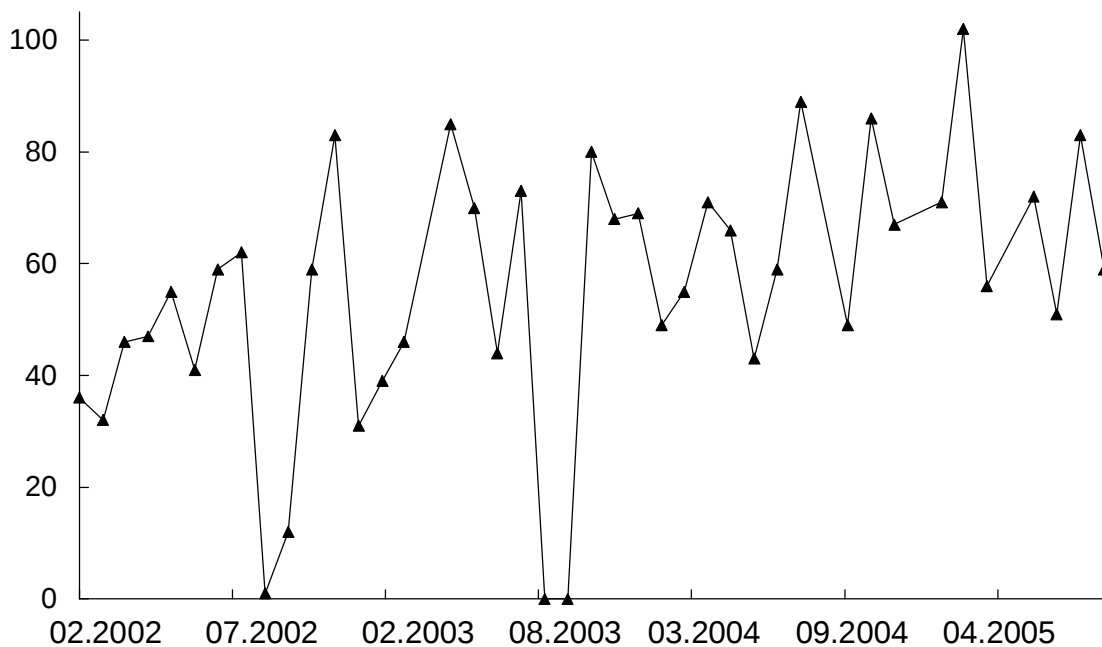


Рис. 1.1. Динамічний ряд кількості затверджених докторських дисертацій (за даними, опублікованими у бюлетені ВАК України у 2002–2005 рр.)

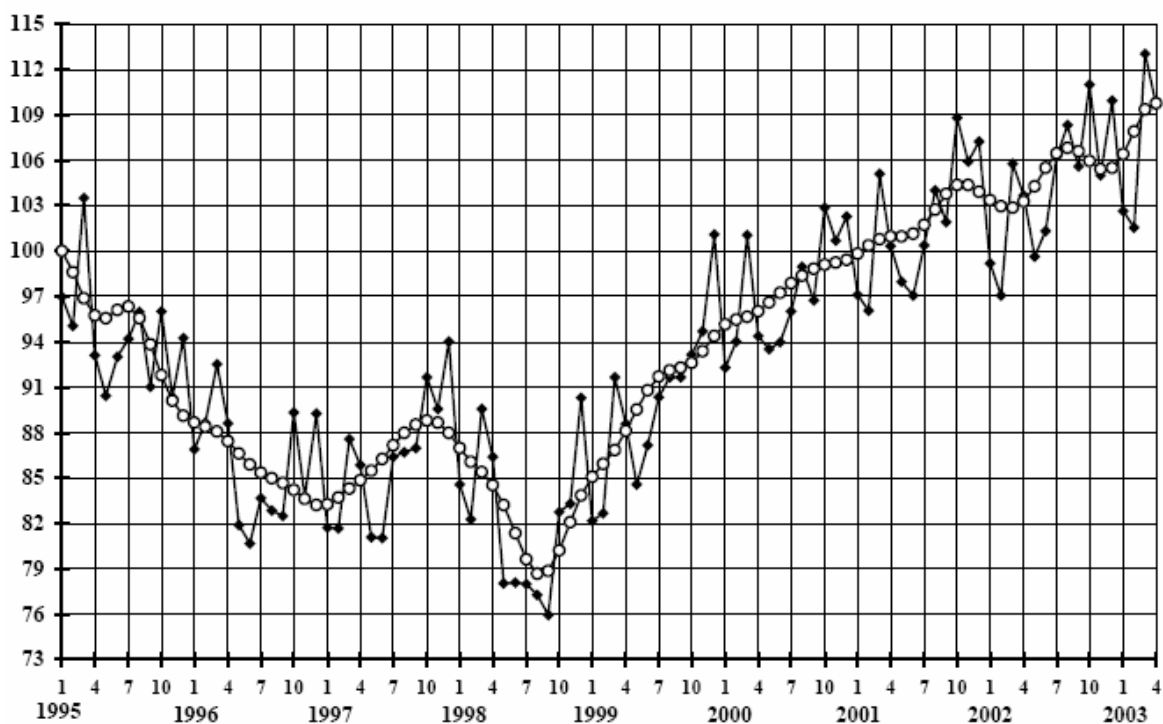


Рис. 1.2. Динаміка індексу промислового виробництва у Російській Федерації у відсотках до рівня 1995 р. (дані Центру економічної кон'юнктури при Уряді Російської Федерації [36])

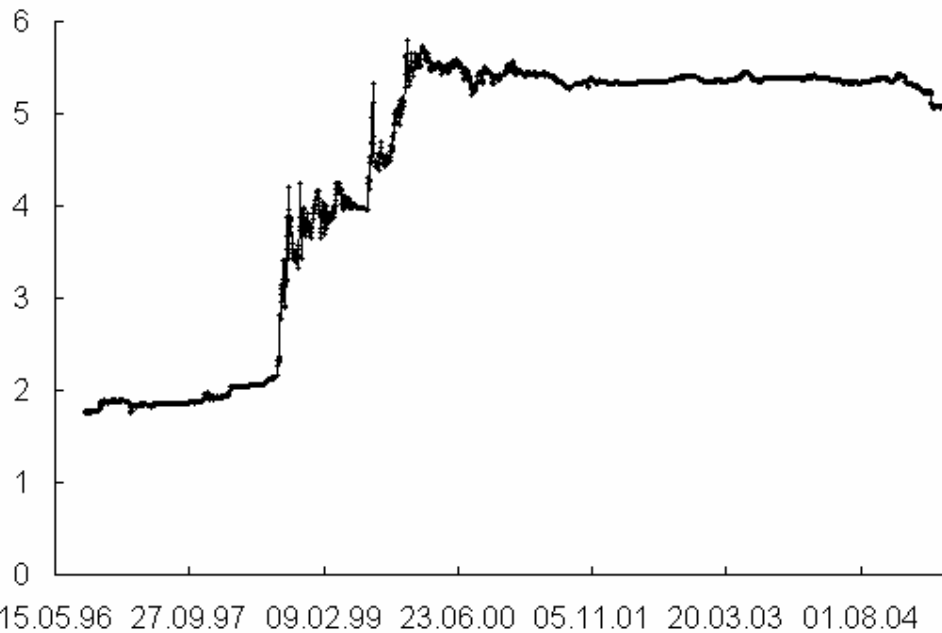


Рис. 1.3. Динаміка курсу "гривня–долар США" у 1996–2005 рр. за даними Банку Росії

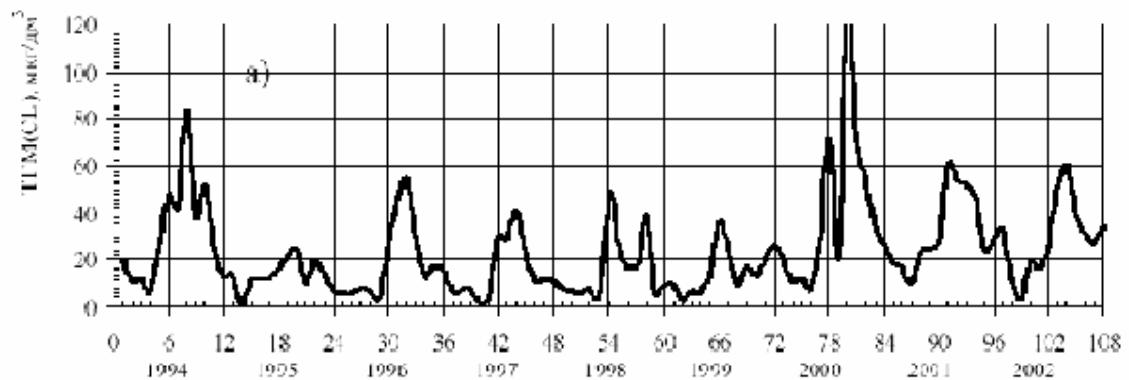


Рис. 1.4. Динаміка зміни концентрації тригалогенметанів у питній воді Північного ковшового водозабору м. Уфа за даними [27].

– вивчення взаємодії між різними часовими рядами, що характеризують певну систему або процес.

При дослідженні часових рядів застосовують такі основні методи.

1. **Кореляційний аналіз**, який дає змогу виявляти істотні періодичні залежності та їх лаги (затримки) всередині певного процесу (автокореляція) або між декількома процесами (кроскореляція).

2. **Спектральний аналіз**, що застосовують для визначення періодичних та квазіперіодичних компонент часового ряду.

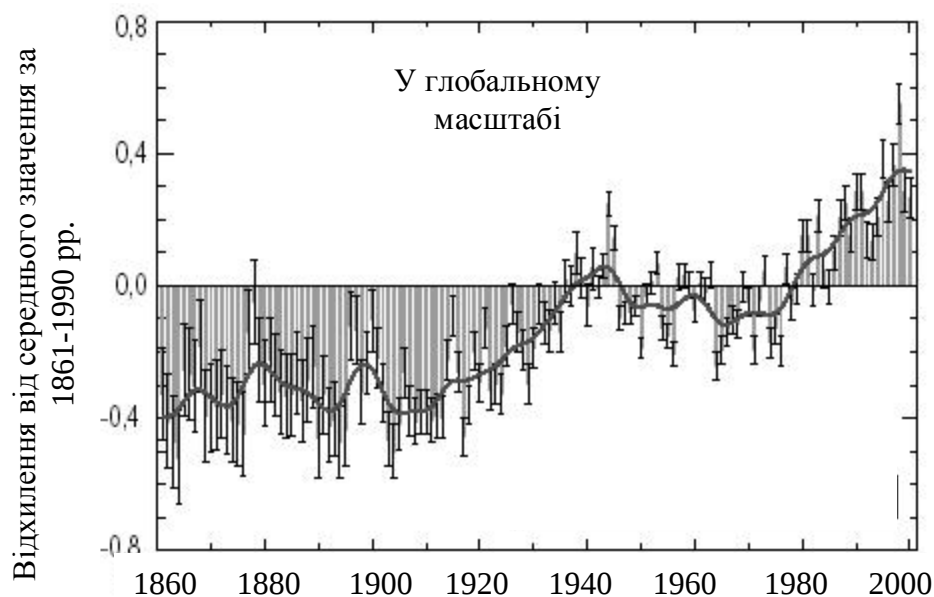


Рис. 1.5. Коливання температури на поверхні Землі у 1860–2000 рр. за даними [18]

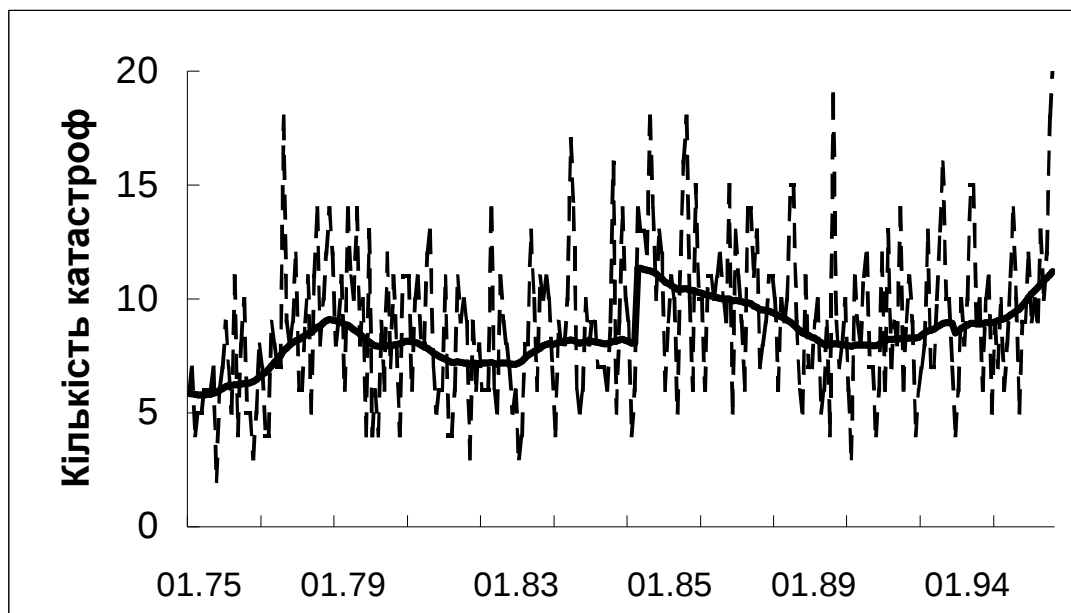


Рис. 1.6. Щомісячна кількість автокатастроф на сільських дорогах штату Арізона за даними [32]

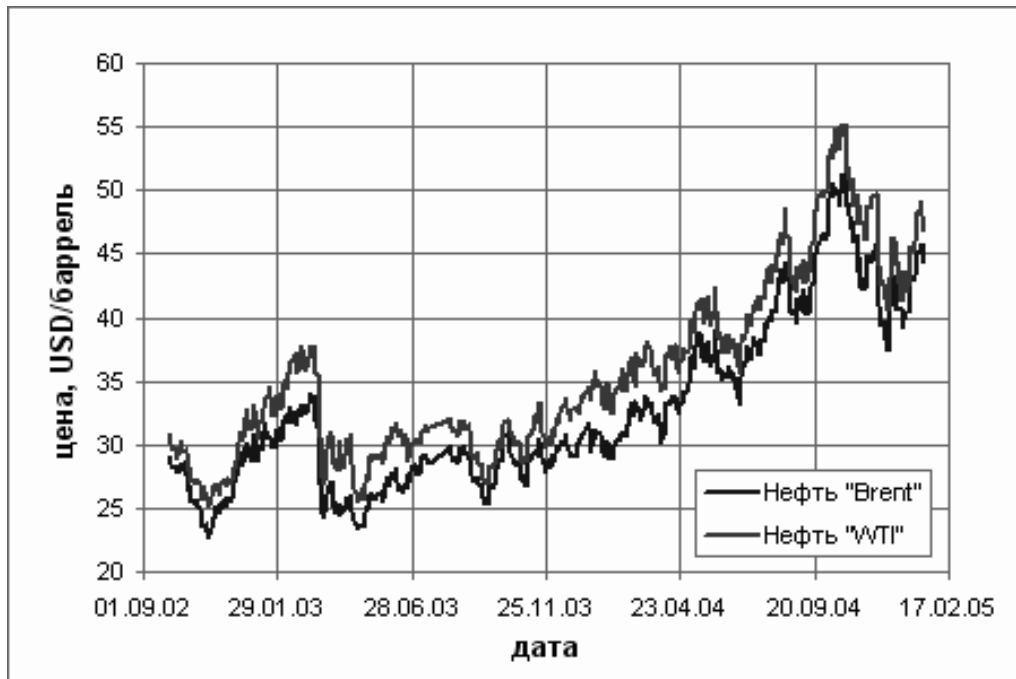


Рис. 1.7. Динаміка світових цін на нафту [35]

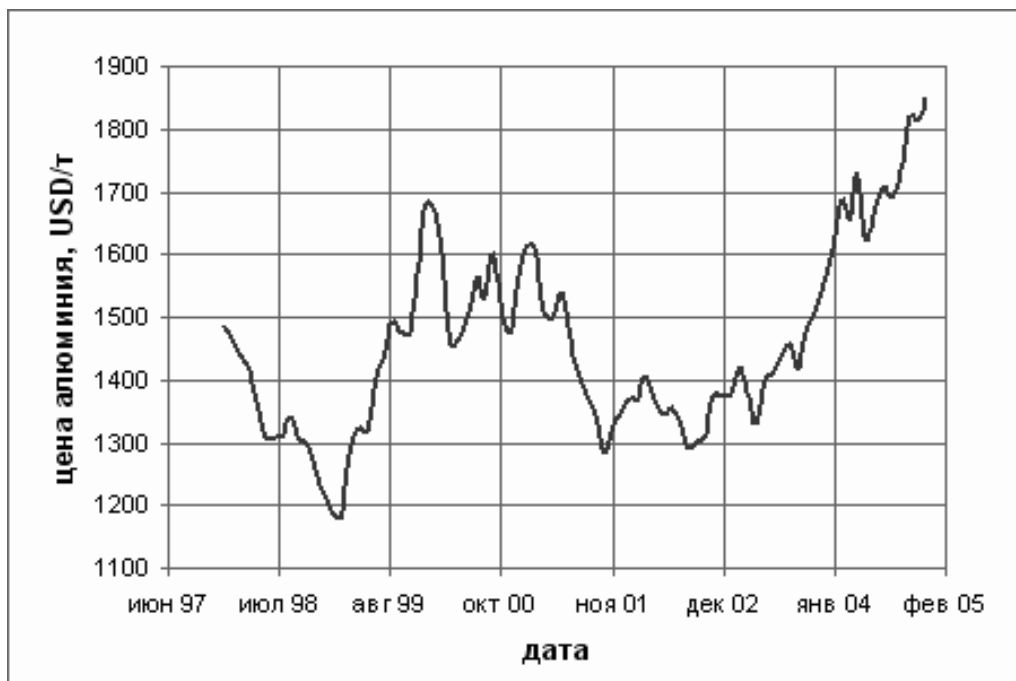


Рис. 1.8. Динаміка світових цін на алюміній [35]

3. Методи згладжування й **фільтрації**, призначені для перетворення часових рядів з метою видалення з них високочастотних та сезонних коливань.

4. Методи **авторегресії** та **ковзних середніх**, які використовують для опису і прогнозування процесів, що здійснюють випадкові коливання навколо певного середнього значення.

5. Методи **прогнозування**, що дають можливість на основі обраної моделі часового ряду оцінювати його найбільш імовірні значення в майбутньому.

Залежно від характеру часового параметра розрізняють **моментні** та **інтервальні** часові ряди. У моментних рядах рівні характеризують значення показника станом на певний момент часу. Їм відповідають змінні типу запасу (stock variables). Зокрема, моментними є ряди цін на різноманітні товари станом на певні моменти часу, курсів валют, кількості населення, маси об'єкта, електричного напруження у мережі, температури хворого тощо.

В інтервальних рядах рівні характеризують значення показника за певні періоди (інтервали) часу. Їм відповідають змінні типу потоку (flow variables). Прикладами є ряди динаміки виробництва продукції (річного, квартального, місячного, добового), міграції населення, прибутку підприємства, валового національного доходу, розсіюваної потужності, витрат реагентів у хімічному реакторі тощо. Зокрема, ряди, наведені на рис. 1.2–1.5, 1.7, 1.8 є моментними, а наведені на рис. 1.1, 1.6 – інтервальними.

Часовий ряд, сформований із перших різниць рівнів моментного ряду, є інтервальним. Часовий ряд, рівні якого отримані підсумовуванням наростаючим підсумком всіх рівнів інтервального ряду, починаючи з певного визначеного рівня, є моментним. Співвідношення між моментними та інтервальними часовими рядами аналогічно співвідношенню між функціями та їх похідними.

Розрізняють **повні** й **неповні** часові ряди. У неповних часових рядах відсутні рівні, що відповідають певним моментам часу.

Рівні рядів динаміки можуть бути абсолютними, відносними або середніми значеннями певних показників. Якщо вони є не величинами, вимірюваними безпосередньо, а похідними від них – середніми, відносними й т.д., то відповідні ряди називають **похідними**. Зокрема, похідними є ряди середньодобового або середньомісячного виробництва певної продукції. Похідним є ряд, показаний на рис. 1.2.

Особливістю інтервальних рядів є можливість підсумовування їх рівнів. Результатом цього є так звані **нагромаджені підсумки**, які є значеннями певного показника за відповідний період часу. Наприклад, підсумовуючи добові обсяги виробництва продукції протягом місяця, отримаємо загальний обсяг її виробництва за відповідний місяць.

Суми рівнів моментного ряду не мають змісту. Зокрема, якщо ці рівні є значеннями середньодобової температури, то, підсумовуючи їх протягом певного періоду, ми не отримаємо величини, яка б мала фізичний зміст. Для цього нам потрібно поділити результат на кількість днів у досліджуваному періоді. Тоді ми отримаємо величину, що є середнім значенням температури за відповідний період часу. Різниця рівнів моментного ряду є зміною показника за відповідний період.

Часовим рядам притаманні такі властивості:

- ◆ рівні часового ряду, як правило, не є статистично незалежними;
- ◆ члени часового ряду зазвичай не є однаково розподіленими.

Успішність аналізу часового ряду істотно залежить від правильності вибору інтервалу між його сусідніми рівнями. Зручніше вибирати рівновіддалені рівні ряду, але це не завжди є можливим. Зокрема, офіційні курси валют і фондові індекси не визначаються у вихідні та святкові дні, тому рівні відповідних рядів не є рівновіддаленими. Вибір надмірно великого інтервалу може призвести до втрати інформації про суттєві особливості ряду. Крім того, кількість членів ряду при цьому може виявитися недостатньою для застосування деяких методів аналізу. З іншого боку, надмірно малі інтервали збільшують обсяг розрахунків і можуть затінювати особливості динаміки показника випадковими флуктуаціями.

Важливою умовою аналізу є порівнянність рівнів ряду. Їх непорівнянність може бути зумовлена змінами законодавства та нормативної бази, методик розрахунку показників, меж адміністративно-територіальних одиниць і держав, технологій виробництва, термінологій, природними, екологічними та техногенними катастрофами й іншими факторами. Інформація про ряд має бути достатньо повною. Зокрема, для рядів, що містять циклічну складову, залежно від застосовуваних методів математичної обробки, потрібна інформація щодо проміжку, який перевищує 3–6 повних циклів. При побудові регресійних моделей необхідно мати ряди, довжина яких у кілька разів перевищує кількість параметрів, що визначаються.

Рівні часових рядів можуть включати аномальні значення (викиди). Причинами їх появи найчастіше є помилки під час збору та обробки інформації. Але викиди також можуть бути зумовлені реальними стрибками в динаміці досліджуваних показників.

Основні показники змінювання часових рядів

Середній рівень ряду є важливою узагальнюючою характеристикою для рядів, змінювання яких стабілізувалося, але піддається істот-

ним випадковим коливанням. Наприклад, середній рівень урожайності сільськогосподарських культур за кілька років краще описує динаміку врожайності, ніж рівень одного року, на значення якого суттєво впливає багато випадкових факторів. Водночас недоцільно застосовувати середні рівні для проміжків часу, де спостерігається закономірна зміна показників, що вивчаються.

Для інтервальних рядів з рівновіддаленими в часі рівнями середній рівень розраховують як середнє арифметичне:

$$\bar{y} = \sum_{t=1}^n y_t / n, \quad (1.1)$$

де n – кількість рівнів (довжина) ряду, y_t – значення рівнів, $t = 1, 2, \dots, n$.

Для інтервальних рядів з нерівновіддаленими в часі рівнями застосовують формулу зваженого середнього, де як вагові коефіцієнти використовують проміжки часу між рівнями:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_{t_i} \Delta t_i}{\sum_{i=1}^n \Delta t_i}. \quad (1.2)$$

Для моментних рядів динаміки з рівновіддаленими в часі рівнями середній рівень (середнє хронологічне) визначають за формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{t=2}^{n-1} y_t}{n - 1}, \quad (1.3)$$

де y_1, y_n – відповідно початковий і кінцевий рівні ряду.

Для моментних рядів з нерівновіддаленими в часі рівнями середній рівень визначають за формулою зваженого хронологічного середнього:

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2 \sum_{i=1}^{n-1} t_i}, \quad (1.4)$$

де t_i – тривалість інтервалу часу між i -м та $(i + 1)$ -м рівнями.

Для кількісної оцінки динаміки явищ широко застосовують такі показники:

- ◆ абсолютні прирости;
- ◆ відносні прирости;
- ◆ темпи зростання;
- ◆ темпи приросту.

Існує три форми кожного з цих показників: ланцюгова, базисна та середня.

Якщо порівняння здійснюють з одним і тим самим рівнем, взятим за базу порівняння, то відповідні показники називають **базисними**. Як базу порівняння найчастіше обирають початковий рівень, або рівень, з якого починається певний етап розвитку об'єкта дослідження. Зокрема, при визначенні динаміки показників соціально-економічного розвитку України як початковий рівень часто обирають 1992 р. – перший рік існування України як незалежної держави.

Якщо кожний наступний рівень порівнюють з попереднім, то одержувані показники називають **ланцюговими**.

Абсолютний приріст визначають за формулою:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-k} \quad (t = 2, 3, \dots, n; k = 1, 2, \dots, n - 1). \quad (1.5)$$

При $k = 1$ отримуємо **ланцюговий абсолютний приріст**:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}. \quad (1.6)$$

При $k = t - 1$ одержуємо **базисний абсолютний приріст**, який визначають відносно початкового члена ряду:

$$\Delta y_t = y_t - y_1. \quad (1.7)$$

У загальному випадку базисний абсолютний приріст можна розрахувати за формулою:

$$\Delta y_t^b = y_t - y_b, \quad (1.8)$$

де y_b – значення рівня, узятого як базис.

Середній абсолютний приріст:

$$\begin{aligned}\Delta \bar{y} &= \frac{\sum_{t=2}^n \Delta y_t}{n-1} = \\ &= \frac{y_2 - y_1 + y_3 - y_2 + \dots + y_n - y_{n-1}}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1},\end{aligned}\quad (1.9)$$

де Δy_t – ланцюговий абсолютний приріст.

Темп зростання T характеризує відношення двох порівнюваних рівнів ряду, як правило, виражене у відсотках:

$$T_t = \frac{y_t}{y_{t-k}} \cdot 100\%. \quad (1.10)$$

При $k=1$ отримуємо **ланцюговий темп зростання**
 $T_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100\%$. **Базисний темп зростання:** $T_t^b = \frac{y_t}{y_b} \cdot 100\%$. **Середній темп зростання** розраховують як середнє геометричне:

$$\bar{T} = \sqrt[n]{T_2 T_3 \dots T_n} = \sqrt[n]{y_n / y_1} \cdot 100\%. \quad (1.11)$$

Темп приросту характеризує абсолютний приріст, виражений у відсотках:

$$K_t = \frac{y_t - y_{t-k}}{y_{t-k}} \cdot 100\% = T_t - 100\%. \quad (1.12)$$

При $k=1$ маємо **ланцюговий темп приросту**
 $K_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}} \cdot 100\%$. **Базисний темп приросту** $K_t^b = \frac{y_t - y_b}{y_b} \cdot 100\%$.

Середній темп приросту $\bar{K} = \bar{T} - 100\%$.

Опис часового ряду за допомогою середнього абсолютного приросту є еквівалентним його поданню як прямої, проведеної через дві крайні точки. У цьому разі прогноз на L кроків уперед (L – **період випередження**) можна отримати за формулою:

$$\hat{y}_{n+L} = y_n + L \cdot \Delta y. \quad (1.13)$$

Це є правомірним, якщо характер розвитку наближається до лінійного. На це можуть вказувати, зокрема, приблизно однакові значення ланцюгових абсолютних приростів.

Застосування середніх темпів зростання й приросту відповідає поданню динамічного ряду як показникової кривої, проведеної через дві крайні точки. Прогнозне значення на L кроків уперед у цьому разі можна отримати за формулою:

$$\hat{y}_{n+L} = y_n \bar{T}^L, \quad (1.14)$$

де $\bar{T}$ – середній темп зростання, поданий у частках, а не у відсотках.

Коефіцієнт прискорення (уповільнення):

$$K_{ax\ t} = \frac{T_t}{T_{t-1}} \quad (1.15)$$

є відношенням двох сусідніх значень темпу зростання, розрахованих для ланцюгового ряду.

При порівнянні динаміки двох процесів застосовують коефіцієнти випередження:

$$K_{1\ t} = \frac{T_{1t}}{T_{2t}} \text{ або } K_{1\ t} = \frac{K_{1t}}{K_{2t}}, \quad (1.16)$$

що є відношеннями темпів зростання або приросту для цих рядів за однакові проміжки часу.