

Приклади розв'язування задач для тесту 2

1. Імовірності відмови першого, другого та третього блоків системи дорівнюють, відповідно, 0,2; 0,15 та 0,05. Імовірності виявлення цих відмов дорівнюють, відповідно, 0,95; 0,85 та 0,75. Визначити імовірність виявлення відмови системи.

Згідно з формулою повної імовірності:

$$P = 0,2 * 0,95 + 0,15 * 0,85 + 0,05 * 0,75 = 0,34525 \approx 0,35.$$

2. Імовірності відмови першого, другого та третього блоків системи дорівнюють, відповідно, 0,2; 0,15 та 0,05. Імовірності виявлення цих відмов дорівнюють, відповідно, 0,95; 0,85 та 0,75. Визначити імовірність того, що причиною виявленої відмови системи є відмова першого блока.

Ця імовірність дорівнює частці відмов першого блока у всіх виявлених відмовах. Тому, згідно з результатами першого прикладу:

$$P = \frac{0,2 * 0,95}{0,2 * 0,95 + 0,15 * 0,85 + 0,05 * 0,75} = 0,5352... \approx 0,54.$$

3. Імовірність події в одному випробуванні дорівнює 0,15. Знайти імовірність того, що ця подія відбудеться при 12 випробуваннях рівно 4 рази.

Згідно з формулою Бернуллі:

$$P = C_{12}^4 * 0,15^4 * (1 - 0,15)^{12-4} = \frac{12!}{4! * 8!} * 0,15^4 * (0,85)^8 = 0,06828... \approx 0,06.$$

4. Імовірність події в одному випробуванні дорівнює 0,15. Знайти імовірність того, що ця подія відбудеться при 6 випробуваннях не менше, ніж 4 рази.

Відбуття події не менше, ніж 4 рази, означає, що треба врахувати випадки коли вона відбулася 4, 5 або 6 разів.

Комбінуючи формули прикладів 1 та 3, маємо:

$$P = C_6^4 * 0,15^4 * (1 - 0,15)^{6-4} + C_6^5 * 0,15^5 * (1 - 0,15)^{6-5} + C_6^6 * 0,15^6 * (1 - 0,15)^{6-6} = 0,005885... \approx 0,006.$$

5. Імовірність події в одному випробуванні дорівнює 0,15. Знайти імовірність того, що ця подія відбудеться при 6 випробуваннях не менше, ніж 2 рази й не більше, ніж 4 рази.

Тобто необхідно визначити імовірність того, що подія відбудеться 2, 3 або 4 рази. За аналогією з попереднім прикладом маємо:

$$P = C_6^2 * 0,15^2 * (1 - 0,15)^{6-2} + C_6^3 * 0,15^3 * (1 - 0,15)^{6-3} + C_6^4 * 0,15^4 * (1 - 0,15)^{6-4} = 0,2231... \approx 0,22.$$

6. Імовірність події при одному випробуванні дорівнює 0,6. Якою є найімовірніша кількість подій при 200 випробуваннях?

Найімовірніша кількість подій дорівнює найменшому цілому числу, що перевищує величину:

$$m_0 = np - q = 200 * 0,6 - (1 - 0,6) = 120 - 0,4 = 119,6.$$

Звідси $m = 120$.

7. З урни, що містить 4 сині й 2 червоні кулі, навмання взяли дві кулі й переклали їх до урни, що містить 3 сині й 4 червоні кулі. Якою є імовірність після цього витягнути з другої урни синю кулю?

Можливі 3 випадки: з першої урни витягнули 2 сині кулі, синю й червону або дві червоні кулі. Імовірності цих подій дорівнюють, відповідно:

$$P_1 = (4/6) * (3/5) = 0,40; \quad P_2 = 4/6 * 2/5 + 2/6 * 4/5 = 0,533...; \\ P_3 = (2/6) + (1/5) = 0,0666...$$

Відповідно, у другій урні після цього будуть знаходитися: 1) 5 синіх й 4 червоні кулі; 2) 4 сині й 5 червоних куль; 3) 3 сині й 6 червоних куль. Імовірності витягнути синю кулю для цих випадків дорівнюють, відповідно: 5/9; 4/9 й 3/9. Згідно з формулою повної імовірності, маємо:

$$P = 5/9 * P_1 + 4/9 * P_2 + 3/9 * P_3 = 0,4814... \approx 0,48.$$

8. Імовірність події при випробуваннях дорівнює 0,7. Визначити імовірність того, що при 50 випробуваннях подія відбудеться рівно 20 разів.

Оскільки імовірності p, q не є малими, згідно з локальною теоремою Муавра-Лапласа, можна використовувати формулу:

$$P_n(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \text{ де } x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}} = \frac{20 - 50 * 0,7}{\sqrt{50 * 0,7 * (1 - 0,7)}} = -\frac{15}{10,5} = -1,429.$$

Звідси: $P_n(m) = 0,1231 \approx 0,12$